## Anmerkungen zu den Videos der Vorlesung 9

## Limites von Funktionen auf $\boldsymbol{G}_{\boldsymbol{m}}$ , additive Funktionen

Tafel 1 (17:33 - 233,9 MB)

Zeit	Gegenstand	problematischer Text -> Korrektur
Tafel 2	2 (16:43 - 224,3 MB)	
Zeit	Gegenstand	problematischer Text -> Korrektur
7:33 - 7:41	Ende des letzten gesprochenen Satzes	entsprich einer Abbildung des Koordinatenrings von A <sup>1</sup> in den Koordinatenring von V> entsprich einer Abbildung des Koordinatenrings von V
16:34	Ende der letzten	in den Koordinatenring von A <sup>1</sup> . <b>Anmerkung</b> : Die ursprünglich gezeichnete Pfeilrichtung war die richtige
10.51	Zeile	$ = \sum_{\chi \in X^*(T)} t^{\langle \chi, \lambda \rangle} f_{\chi}(v)$ $->$
		= $\sum_{\chi \in X^*(T)} c^{\chi} \int_{\chi} c^{\chi} (v)$ $\chi \in X^*(T)$ <b>Anmerkung</b> Unter der Summe ist t durch c zu ersetzen.
Tafel 3	3 (14:43 - 224,0 MB)	

Tafe1	3	(1	4.43	- 224	0	Λ	MR)	

Zeit	Gegenstand	problematischer Text -> Korrektur
0:00	zweite Zeile	$v \in V(\lambda) \Leftrightarrow f(\lambda(c) \cdot v) \in k[x] \text{ für } c \in k^*, f \in k[V]$
		->
		$v \in V(\lambda) \Leftrightarrow f(\lambda(x) \cdot v) \in k[x] \text{ für jedes } f \in k[V]$
		Anmerkung
		Die Abbildung $G_m \longrightarrow k$ , $c \mapsto f(\lambda(c) \cdot v)$ , ist als Element
		von $k[\mathbb{A}^1] = k[x]$ , d.h. als Polynom in x gerade gleich
		$f(\lambda(x) \bullet v)$ .
0:42	gesprochener Satz	Das bedeutet, der Wert dieser Funktion liegt nicht hier drin <sup>1</sup> sondern sogar, ja diese Funktion liegt sogar
0:57		hier drin <sup>2</sup>
		->
		Das bedeutet, die Funktion
		$G_{m} \longrightarrow k, c \mapsto f(\lambda(c) \cdot v),$
		liegt nicht nur in $k[x,x^{-1}]$ sondern sogar in $k[x]$ , als
		_

 $<sup>^{1}</sup>_{2}$  d.h. in k[x, x<sup>-1</sup>].  $^{2}$  d.h. in k[x].

		Funktion von c ist sie polnomial in c,
0:57	Ende des	$f(\lambda(x) \bullet v) \in k[x]$ als Funktion von v.
-	gesprochenen	als l'unktion von v.
1:03	Satzes	als Funktion von c.
2:59	gesprochener Satz	Als Funktion von c ist das <sup>3</sup> ein Element dieses
3:05		Koordinatenrings <sup>4</sup> . <b>Anmerkung</b>
0.05		Auf Grund dieser Aussage sollte anstelle von
		$f(\lambda(c) \cdot v) \in k[x]$
		besser
		$f(\lambda(x) \bullet v) \in k[x]$
		geschrieben werden.
6:30	Ende der letzten	und jedes $\chi \in X^*(T)$
	Zeile	->
		und jedes $\chi \in X^*(T)$ mit $\langle \chi, \lambda \rangle > 0$
7:05	letzte Zeile	$\Leftrightarrow$ $f_{\chi}(v) = 0$ für jedes $f \in k[X]$ und jedes $\chi \in X^*(T)$
		χ · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
		$\Leftrightarrow$ $f_{\chi}(v) = 0$ für jedes $f \in k[V]$ und jedes $\chi \in X^*(T)$ mit
		$\langle \chi, \lambda \rangle > 0$
7:58	letzte Zeile	$\Leftrightarrow$ f(v) = 0 für jedes f $\in$ k[X] $_{\chi}$ und jedes $\chi \in$ X*(T) mit
		$\langle \chi, \lambda \rangle > 0$
		$\Leftrightarrow$ f(v) = 0 für jedes f $\in$ k[V] $_{\chi}$ und jedes $\chi \in X^*(T)$ mit
		$\langle \chi, \lambda \rangle > 0$
8:55	Anfang der letzten Zeile	V(v) =
	Zene	$V(\lambda) =$
9:01	Anfang der	
	vorletzten Zeile	$V(\chi) = \dots$
		$V(\lambda) =$
12:25	gesprochener Satz	Diese Bedingung will ich mit (1) bezeichnen.
- 10.25	-	->
12:35		Diese Aussage will ich mit (1) bezeichnen.

## Tafel 4 (14:39 - 210,0 MB)

	1 (11.35 210,0 MB)	
Zeit	Gegenstand	problematischer Text -> Korrektur
0:46	gesprochener Satz	Das war Aussage (3).
_		-
0:48		Das war die Menge (3)
2:00		Nämlich in dem Fall, daß das χ aus diesem Eigenraum
-		ist
2:04		->
		Nämlich in dem Fall, daß das f aus diesem Eigenraum

 $<sup>^{3}</sup>$  d.h.  $f(\lambda(c) \cdot v)$ 

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> d.h. von k[x]

ist<sup>5</sup> ...

Tafel 5 (18:34 - 261,8 MB)  Zeit Gegenstand problematischer Text -> Korrektur  1:10 gesprochener Satz - algebraischen Gruppen.  1:17 -> Das heißt α ist ein Homomorphismus von linearen algebraischen Gruppen.  14:41 Mitte der letzten Zeile Fortsetzung. Es folgt  Fortsetzungen. Es folgt
1:10 gesprochener Satz  Das heißt g ist ein Homomorphismus von linearen algebraischen Gruppen.  1:17  Das heißt λ ist ein Homomorphismus von linearen algebraischen Gruppen.  14:41 Mitte der letzten Zeile  Total Das heißt λ ist ein Homomorphismus von linearen algebraischen Gruppen.  Fortsetzung. Es folgt  ->
1:10 gesprochener Satz  Das heißt g ist ein Homomorphismus von linearen algebraischen Gruppen.  1:17  Das heißt g ist ein Homomorphismus von linearen algebraischen Gruppen.  Das heißt λ ist ein Homomorphismus von linearen algebraischen Gruppen.  Fortsetzung. Es folgt  ->
1:17  Das heißt λ ist ein Homomorphismus von linearen algebraischen Gruppen.  14:41 Mitte der letzten Zeile Fortsetzung. Es folgt>
Das heißt λ ist ein Homomorphismus von linearen algebraischen Gruppen.  14:41 Mitte der letzten Zeile Fortsetzung. Es folgt>
algebraischen Gruppen.  14:41 Mitte der letzten Fortsetzung. Es folgt  Zeile ->
algebraischen Gruppen.  14:41 Mitte der letzten Fortsetzung. Es folgt  Zeile ->
14:41 Mitte der letzten Fortsetzung. Es folgt Zeile ->
Zeile ->
Fortsetzungen. Es folgt
Tafel 6 (18:09 - 246,8 MB)
Zeit Gegenstand problematischer Text -> Korrektur
Tafel 7 (17:38 - 262,6 MB)
Zeit Gegenstand problematischer Text -> Korrektur
0:38 Ende der letzten $\mathcal{A}(G)[G] =$
Zeile ->
$\dots \mathcal{A}(G)[F] =$
12:24 die nachfolgenden die nachfolgenden Argumente zum Beweis von
Argumente zum  Bemerkung (ii) (sind zwar nicht falsch aber auch nich
Beweises von hilfreich und sollten deshalb ignoriert werden).  Bemerkung (ii).
<u>Die Implikation</u> (a) $\Rightarrow$ (b) <u>im allgemeinen Fall</u> :
Mit $f \in \mathcal{A}(G)[F]$ gilt erst recht $f \in \mathcal{A}(G) = \mathcal{A}(G)[k]$ ,
und damit auch (b).
<u>Die Implikation</u> (b) $\Rightarrow$ (a) <u>im allgemeinensw Fall</u> :
Mit $\Delta f = f \otimes 1 + 1 \otimes f$ gilt zumindest $f \in \mathcal{A}(G)$ . Weil
nach Voraussetzung $f \in F[G]$ gilt, folgt
$f \in \mathcal{A}(G) \cap F[G] = \mathcal{A}(G)[F]$ , d.h. es gilt (a).

 $<sup>^{5}</sup>$  d.h. dem Eigenraum k[V]  $\chi$